

कक्षा 10 गणित: समांतर श्रेणियाँ (AP) - प्रश्नावली 5.1

गणित विभाग

1 अध्याय 5: समांतर श्रेणियाँ (Arithmetic Progressions)

समांतर श्रेणी (AP) संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद (पहले पद के अतिरिक्त) अपने पिछले पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है। इस निश्चित संख्या को 'सार्व अंतर' (Common Difference) कहते हैं, जिसे d से दर्शाया जाता है। यह सार्व अंतर धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है। यदि प्रथम पद a और सार्व अंतर d हो, तो मानक रूप $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ होता है।

2 प्रश्नावली 5.1: संपूर्ण समाधान

प्रश्न 1: निम्नलिखित स्थितियों में से किन स्थितियों में संबद्ध संख्याओं की सूची A.P. है और क्यों?

- (i) प्रत्येक किलो मीटर के बाद का टैक्सी का किराया, जबकि प्रथम किलो मीटर के लिए किराया ₹ 15 है और प्रत्येक अतिरिक्त किलो मीटर के लिए किराया ₹ 8 है।
हल: यहाँ प्रथम पद $a_1 = 15$ । दूसरे किमी का किराया $a_2 = 15 + 8 = 23$ । तीसरे किमी का किराया $a_3 = 23 + 8 = 31$ । प्राप्त सूची 15, 23, 31, 39, ... है। चूँकि प्रत्येक दो क्रमागत पदों के बीच का अंतर $d = 8$ समान है, अतः यह एक A.P. है।
- (ii) किसी बेलन में उपस्थित हवा की मात्रा, जबकि वायु निकालने वाला पंप प्रत्येक बार बेलन की शेष हवा का $1/4$ भाग बाहर निकाल देता है।
हल: माना प्रारंभिक हवा V है। पहली बार के बाद शेष हवा $a_2 = V - V/4 = 3V/4$ । दूसरी बार के बाद $a_3 = 3V/4 - (1/4)(3V/4) = 9V/16$ । यहाँ $a_2 - a_1 = -V/4$ और $a_3 - a_2 = -3V/16$ । चूँकि अंतर समान नहीं है, अतः यह A.P. नहीं है।
- (iii) प्रत्येक मीटर की खुदाई के बाद, एक कुँआ खोदने में आई लागत, जबकि प्रथम मीटर खुदाई की लागत ₹ 150 है और बाद में प्रत्येक मीटर खुदाई की लागत ₹ 50 बढ़ती जाती है।
हल: लागत की सूची 150, 200, 250, 300, ... है। यहाँ प्रत्येक मीटर के बाद लागत में ₹ 50 की निश्चित वृद्धि हो रही है। अतः सार्व अंतर $d = 50$ समान है, इसलिए यह एक A.P. है।
- (iv) खाते में प्रत्येक वर्ष का मिश्रधन, जबकि ₹ 10000 की राशि 8% वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा की जाती है।
हल: चक्रवृद्धि ब्याज में मिश्रधन $A = P(1 + r/100)^n$ होता है। प्रथम वर्ष का मिश्रधन $10000(1.08)$, दूसरे वर्ष का $10000(1.08)^2$ । यहाँ पदों के बीच का अंतर समान नहीं रहता क्योंकि ब्याज पर भी ब्याज लगता है। अतः यह A.P. नहीं है।

प्रश्न 2: दी हुई A.P. के प्रथम चार पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सार्व अंतर d निम्नलिखित हैं:

- (i) $a = 10, d = 10$: 10, 20, 30, 40
- (ii) $a = -2, d = 0$: -2, -2, -2, -2
- (iii) $a = 4, d = -3$: 4, 1, -2, -5
- (iv) $a = -1, d = 1/2$: -1, -1/2, 0, 1/2
- (v) $a = -1.25, d = -0.25$: -1.25, -1.50, -1.75, -2.00

प्रश्न 3: निम्नलिखित में से प्रत्येक A.P. के लिए प्रथम पद तथा सार्व अंतर लिखिए:

- (i) 3, 1, -1, -3, ... : $a = 3, d = 1 - 3 = -2$
- (ii) -5, -1, 3, 7, ... : $a = -5, d = -1 - (-5) = 4$
- (iii) $1/3, 5/3, 9/3, 13/3, \dots$: $a = 1/3, d = 5/3 - 1/3 = 4/3$
- (iv) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, ... : $a = 0.6, d = 1.7 - 0.6 = 1.1$

प्रश्न 4: निम्नलिखित में से कौन-कौन A.P. हैं? यदि है, तो सार्व अंतर और तीन और पद लिखिए:

1. **(i)** $2, 4, 8, 16, \dots : d_1 = 2, d_2 = 4$ (A.P. नहीं है)
2. **(ii)** $2, 5/2, 3, 7/2, \dots : d = 1/2$ (A.P. है)। अगले पद: $4, 9/2, 5$
3. **(iii)** $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \dots : d = -2$ (A.P. है)। अगले पद: $-9.2, -11.2, -13.2$
4. **(iv)** $-10, -6, -2, 2, \dots : d = 4$ (A.P. है)। अगले पद: $6, 10, 14$
5. **(v)** $3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}, \dots : d = \sqrt{2}$ (A.P. है)। अगले पद: $3 + 4\sqrt{2}, 3 + 5\sqrt{2}, 3 + 6\sqrt{2}$
6. **(vi)** $0.2, 0.22, 0.222, \dots : (A.P. नहीं है)$
7. **(vii)** $0, -4, -8, -12, \dots : d = -4$ (A.P. है)। अगले पद: $-16, -20, -24$
8. **(viii)** $-1/2, -1/2, -1/2, \dots : d = 0$ (A.P. है)। अगले पद: $-1/2, -1/2, -1/2$
9. **(ix)** $1, 3, 9, 27, \dots : (A.P. नहीं है)$
10. **(x)** $a, 2a, 3a, 4a, \dots : d = a$ (A.P. है)। अगले पद: $5a, 6a, 7a$
11. **(xi)** $a, a^2, a^3, \dots : (A.P. नहीं है)$
12. **(xii)** $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots : \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2} \Rightarrow d = \sqrt{2}$ (A.P. है)। अगले पद: $\sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$
13. **(xiii)** $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \dots : (A.P. नहीं है)$
14. **(xiv)** $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \dots : 1, 9, 25, 49$ (A.P. नहीं है)
15. **(xv)** $1^2, 5^2, 7^2, 73, \dots : 1, 25, 49, 73 \Rightarrow d = 24$ (A.P. है)। अगले पद: $97, 121, 145$